

基于不同预处理方法的多小波暂态信号去噪

刘志刚, 黄慧汇

(西南交通大学电气化自动化研究所, 四川成都 610031)

摘要: 在介绍多小波基本理论的基础上, 探讨了多小波的不同预处理方法并对多小波滤波器响应产生的影响进行了比较. 通过对噪声信号的多小波变换分析, 设计基于多小波变换的去噪方法. 最后通过大量的仿真工作, 对不同预处理方法的多小波与传统小波的电力系统故障暂态信号去噪效果进行了深入分析, 结果表明: 预处理方法的选择是影响多小波去噪效果的关键因素, 若选择合适的预处理方法, 利用多小波对暂态信号进行去噪, 可以获得比传统小波更好的去噪效果.

关键词: 多小波; 预处理方法; 去噪

中图分类号: TM711, O2411.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 06-1054-04

Denosing of Transient Signals Based on Multiwavelets with Different Pre-processing Methods

LIU Zhigang, HUANG Huizhui

(Institute of Electrification & Automation, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract: Based on the introduction of multiwavelets and their pre-processing methods, the influence on multiwavelet filters response with the different pre-processing methods are discussed and compared in this paper. Through the analysis of multiwavelet transformation of noise signal, the denosing method is presented. The denosing effect of power system fault transient signals with traditional wavelet and multiwavelets based on different pre-processing methods is analyzed and compared after a great deal of simulation work. The results indicate that the choice of pre-processing methods is a key factor, and the denosing effect of transient signals with multiwavelets based on proper pre-processing methods is better than that with traditional wavelet.

Key words: multiwavelet; pre-processing method; denosing

1 引言

多小波(Multiwavelet)理论是近几年来在小波理论基础之上发展起来的一种新的小波构造理论. 对称性、正交性、短支撑性、高阶消失矩是信号处理中十分重要的性质, Daubechies已在文献[1]中证明实系数单小波不能同时具有这些性质, 这限制了小波的应用, 而多小波可以同时具有这些性质, 正是多小波这些独特优势引起了许多科研人员的极大关注, 使多小波理论在近几年迅速发展起来并得到了广泛应用. 与传统小波的构造方法类似, 多小波的构造方法也有许多, 但多小波的构造要困难得多, 主要利用多小波函数和多尺度函数的正交性、紧支撑性、对称性、高阶消失矩、逼近阶和插值性等方面进行构造. 从已有的研究成果来看, 主要有 Geronimo 等构造的 GHM 多小波^[2], Chui 等构造的 CL 多小波^[3]和 Mariantonio 等构造的半正交多小波^[4]等. 多小理论在实际中的应用也逐渐展开, 目前多小波的应用领域主要集中于一维信号与图像的消噪和压缩等方面^[5, 6, 14, 15].

利用传统小波分析来处理电力系统的暂态信号已经被广泛开展而且取得了一定的成果, 主要表现在: 故障信号的分析、去噪、检测以及谐波检测, 输电线路故障定位、继电保护、数据压缩等等. 从电力系统实际中提取的电信号, 一般都含有噪声, 尤其是电力系统设备故障和输电线发生短路时, 这些噪声信号对于有用信息的正确处理是有害的, 所以去噪是对信号进行处理之前一种必要的预处理手段. 多小波与传统小波相比具有更为优越的性能, 本文利用多小波的去噪方法, 讨论多小波在电力系统暂态信号去噪处理中的应用.

2 多小波的基本理论

若一个多分辨分析是由多个尺度函数生成, 相应的由多个小波函数平移与伸缩构成 $L^2(\mathbb{R})$ 空间的基, 那么这些小波函数被称作多小波. 若令 $\psi(t) = [\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_r(t)]^T$, $\psi \in L^2(\mathbb{R})$, $l = 1, 2, \dots, r$, $r \in \mathbb{N}$ 是多分辨分析空间 $\{V_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ 的正交多尺度函数, 与其对应的正交多小波函数 $\tilde{\psi}(t) = [W_1(t), W_2(t), \dots, W_r(t)]^T$, $r \in \mathbb{N}$, 满足其平移和伸缩 $\tilde{\psi}_{j,k} =$

$\{W_k(2^{-j}x - k), \dots, W_k(2^{-j}x - k)\}^T, j, k \in Z$ 形成正交补子空间的正交基, 即 V_j 在 V_{j+1} 中的补子空间 W_j . 多尺度函数 $\psi(t)$ 满足如下两尺度矩阵方程^[3]:

$$\psi(t) = \sum_{k=0}^M H_k \psi(2t - k) \quad (1)$$

其中, $\{H_k\}, k = 0, 1, \dots, M$ 是 $r \times r$ 维矩阵, 两尺度矩阵方程的频域表示为:

$$\psi(X) = H(X/2) \psi(X/2) \quad (2)$$

其中, $\psi(X)$ 表示多尺度函数中对每个分量 Fourier 变换后的矩阵函数, $H(X) = 1/2 \sum_{k \in Z} H_k e^{-jXk}$ 称为两尺度矩阵符号.

同理, 多小波函数也满足相应的两尺度矩阵方程:

$$\gamma(t) = \sum_{k=0}^M G_k \psi(2t - k) \quad (3)$$

$$\gamma(X) = G(X/2) \psi(X/2)$$

根据多小波的多分辨分析, 则有如下快速多小波分解和重构公式^[7]:

$$c_{j-1, k} = \sqrt{2} \sum_n H_n G_{2k+n} \quad (4)$$

$$d_{j-1, k} = \sqrt{2} \sum_n G_n G_{2k+n}$$

$$c_{j, n} = \sqrt{2} \sum_k (H_k^* c_{j-1, 2k+n} + G_k^* d_{j-1, 2k+n}) \quad (5)$$

这里 $c_{j, k} = (c_{1,j,k}, \dots, c_{r,j,k})^T, d_{j, k} = (d_{1,j,k}, \dots, d_{r,j,k})^T$.

3 多小波的预处理方法

多小波与单小波不同, 多小波系统实际上是一个多输入多输出系统. 为了解决输入数据矢量化问题, 一般采用对信号的预处理技术, 即在处理信号前, 采用预处理方法矢量化初始数据, 使其进入塔式算法的输入变为 r 维数据, 在信号重构时把 r 维数据合成原维数的数据. 不同的预处理方法对于多小波的应用性能影响非常大, 怎样根据实际应用需要选择相应最优的预处理方法是多小波应用的关键问题, 也是值得进一步研究的问题.

多小波的预处理方法主要分为两类: 即采用预滤波和采用平衡多小波, 其主要任务是把原始数据分裂为 r 维数据, 并保持或改善多小波滤波器的性能.

对于预滤波的方法主要集中在对 GHM 多小波预滤波的研究, 例如文献[4]中提到 odd/even 法、deriv. 法、Haar 法、mod. Haar 法和 GHM init. 法, 文献[7~10]中提到的方法, 暂称为 Xia. 1996 法、Xia. 1998 法、DPHardin. a 法、DPHardin. b 法、DPHardin. c 法、JIMiller. a 法和 JIMiller. b 法.

对于平衡多小波方法^[11], 可以采用构造的平衡多小波, 也可以采用对原有多小波的平衡, 如对 CL 多小波的平衡等.

为了分析预处理方法对多小波原有低通(H_1, H_2) 和高通(G_1, G_2) 滤波器响应的影响, 把一维信号分解为它的两相形式:

$$\begin{bmatrix} H_1(z) \\ H_2(z) \end{bmatrix} = H(z^2) \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中, $z = e^{j\omega}$

根据仿真结果, 对 GHM 多小波采用 GHM init. 方法、Xia. 1998 方法、JIMiller. a 方法和 JIMiller. b 方法较合适; 对 CL 多小波、Jiang 多小波、Haar 多小波和 Opt. rec1 多小波采用 Haar 方法和平衡方法较合适.

大量的仿真结果表明: 对于同一种多小波, 不同的预处理方法对整个系统的低通和高通滤波器响应的影响不同, 对于 GHM 多小波采用 Xia. 1998 方法可以较好改善整个系统的低通和高通滤波器响应性能, 对于 CL 多小波采用对原有多小波的平衡方法可以较好改善系统的低通和高通滤波器响应性能.

4 基于多小波的信号去噪方法

利用小波去噪的主要原理是基于正常信号与噪声信号在小波变换后, 两者表现出截然不同的性质. 白噪声过程的小波变换后仍然为白噪声过程. 下面讨论白噪声过程的多小波变换.

设 $n(x)$ 为一方差为 R^2 的宽平稳白噪声过程, 对其作多小波变换: 将白噪声过程 $n(x)$ 通过多小波的预处理变为 r 维输入, 由于多小波的预处理过程对输入的原始信号作适当的线性变换, 并没有改变原始信号本身的特性, 所以分裂后的 r 维信号均为白噪声过程, 设它们分别为: $n^1(x), n^2(x), \dots, n^r(x)$. 该白噪声在尺度 j 上的多小波变换为:

$$\begin{bmatrix} MW^1 n(x) \\ \vdots \\ MW^n n(x) \end{bmatrix} = Q_j \begin{bmatrix} n^1(x) \\ \vdots \\ n^r(x) \end{bmatrix} [W_j^1(x), \dots, W_j^r(x)] dx \quad (7)$$

其中 $MW^1 n(x), \dots, MW^n n(x)$ 为多小波变换后的 r 维结果.

计算出多小波变换后该宽平稳白噪声过程的方差:

$$\begin{aligned} E[|MW^j n(x)|^2] &= \sum_{Q_1}^{+1} \sum_{Q_1}^{+1} E[n^1(u) n^1(v)] \\ &\quad \# W_j^1(x-u) W_j^1(x-v) du dv \\ &= \sum_{Q_1}^{+1} R^2 (W_j^1)^2(x-u) du = \frac{R^2 + W_j^2}{2^j} \quad (8) \end{aligned}$$

通过上述分析可以得到, 多小波与传统小波的去噪原理是相同的, 即在多小波分解系数的基础之上, 根据噪声的先验知识, 设置软阈值处理多小波系数, 将与噪声相应的多小波变换系数置零, 然后利用多小波的重构算法重构信号. 由于小波去噪的方法很多, 对于不同的情况, 去噪效果不尽相同, 为了便于比较各种多小波和不同预处理方法的去噪效果, 采用类似文献[12]统一的去噪算法.

5 仿真结果

仿真 500kV 高压输电线路线路四分之三处发生单相接地短路故障相电压的波形, 作为处理的原始信号, 采样点 1024 个, 如图 1 所示. 为了便于对比, 对原始信号除以 500, 使其幅值在之间.

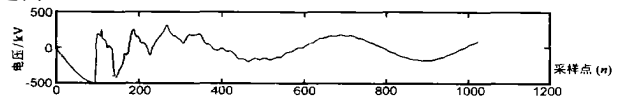


图 1 原始信号

采用的多小波包括:GHM 多小波、CL2 多小波(支撑区在 $[0, 2]$ 之间的 CL 多小波)、CL3 多小波(支撑区在 $[0, 3]$ 之间的 CL 多小波)、Jiang1 多小波(支撑区在 $[0, 1]$ 之间的 Jiang 多小波^[13])、Jiang2 多小波支撑区在 $[0, 2]$ 之间的 Jiang 多小波)、Haar 多小波和 Opt. rec1 多小波.小波采用具有四个滤波器系数的 DB4 小波.

对所利用的多小波和 DB4 小波均分解六层去噪后重构,分别计算出在信噪比为 $SNR=6.7042$ dB 时,相应的赋范误差和均方差,如表 1 所示.

表 1 暂态信号去噪性能比较

预处理方法	赋范误差	均方差	
Opt. rec1	Haar 法	0.0930	0.0183
	平衡法	0.1038	0.0238
Haar	Haar 法	0.1074	0.0255
	平衡法	0.1100	0.0330
Jiang1	Haar 法	0.1114	0.0274
	平衡法	0.1239	0.0328
Jiang2	Haar 法	0.1171	0.0301
	平衡法	0.1152	0.0292
CL2	Haar 法	0.0943	0.0189
	平衡法	0.0956	0.0204
CL3	Haar 法	0.0934	0.0189
	平衡法	0.0923	0.0181
GHM	GHM. init 法	0.0924	0.0177
	JTMiller. a 法	0.0949	0.0191
	JTMiller. b 法	0.1040	0.0241
	Xia. 1998 法	0.1106	0.0274
DB2)	0.0952	0.0197

处理方法不能达到去噪目的,如 deriv. 方法等,一些预处理方法的去噪效果比 DB4 小波的去噪效果差,如 Xia. 1998 方法和 odd/ even 方法等.这里绘制出采用 GHM. init 方法的 GHM 多小波、采用 Haar 方法的 CL2 多小波、采用平衡方法的 CL3 多小波和采用 Haar 方法的 Opt. rec1 多小波在信噪比为 $SNR=6.7042$ dB 时,去噪后的暂态信号波形,如图 2 所示.

为了进一步比较较小小波对暂态信号的去噪效果,分别计算出在不同噪声估计方差情况下,多小波分解 6 层去噪后的赋范误差,并绘制出随不同噪声估计方差变化的赋范误差曲线,如图 3 所示.

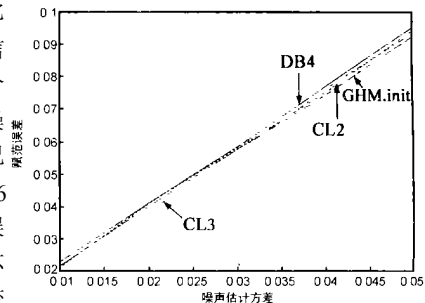


图 3 噪声估计方差 2 赋范误差曲线

从表 1、图 2 和图 3 可以看出,去噪后的赋范误差随暂态信号中噪声含量的增加而增大,在相同信噪比情况下,采用 GHM. init 方法的 GHM 多小波、采用 Haar 方法或平衡方法的 CL2 多小波和 CL3 多小波的赋范误差,比 DB4 小波的赋范误差要小.通过上述的分析与讨论,可以得出这样的结论:如果选择合适的预处理方法,利用多小波要比传统小波对暂态信号的去噪效果好.

6 结束语

多小波是一种基于小波理论新的信号处理方法,本文尝试利用多小波应用于电力系统故障暂态数据的去噪.通过详细地分析与比较,认为预处理方法的选择是影响多小波去噪效果的关键因素,若选择合适的预处理方法,利用多小波对电力系统故障暂态信号进行去噪,可以获得比传统小波更好的去噪效果.

参考文献:

- [1] Daubechies. Ten Lectures on Wavelets, CBMS Conference Lecture Notes[M]. SIAM Philadelphia: SIAM V. 61, 1992.
- [2] J S Geronimo, D P Hardin, P R Massopust. Construction of orthogonal wavelets using fractal interpolation functions[J]. SIAM J Math Anal. 1996, 27: 1158- 1192.
- [3] C K Chui, J A Lian. A study of orthonormal multiwavelets[J]. Appl Numer Math, 1996, 20(3): 273- 298.
- [4] Mariantonia Cotronei, Laura B Montefusco, Luigia Puccio. Multiwavelet analysis and signal processing[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems 2: Analog and Digital Signal Processing, 1998, 45(8): 970- 987.
- [5] V Strela, P N Heller, P Topiwala, et al. The application of multiwavelet filter banks to image processing[J]. IEEE Trans on Image Processing, 1999, 8(4): 548- 563.
- [6] J Y Than, L X Shen, S L Lee, et al. A general approach for analysis and application discrete multiwavelet transforms [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2000, 48(2): 457- 464.

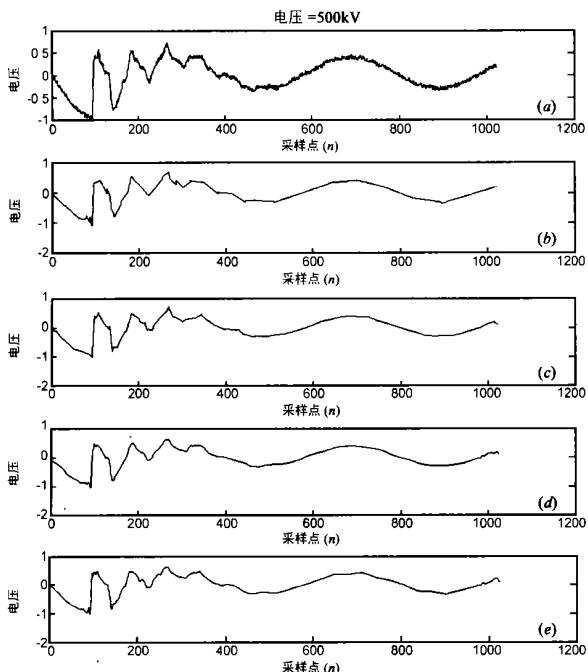


图 2 (a) 含有噪的信号; (b) 利用 Opt. rec1;

(c) 利用 CL2; (d) 利用 CL3; (e) 利用 GHM

对于采用不同预处理方法的多小波的去噪效果,一些预

- [7] X2G Xia, J S. Geronimo, D P. Hardin, et al. Design of prefilterers for discrete multiwavelet transforms [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1996, 44(1): 25- 34.
- [8] X2G Xia. A new prefilter design for discrete multiwavelet transforms [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(6): 1558- 1570.
- [9] D P Hardin, D W Roach. Multiwavelet prefilter2: Orthogonal prefilterers preserving approximation order p 2 [J]. IEEE Trans on Circuits and System2II: Analog and Digital Signal Processing, 1998, 45(8): 1106- 1112.
- [10] J T Miller, C2C Li. Adaptive multiwavelet initialization [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(12): 3282- 3291.
- [11] J Lebrun, M Vetterli. Balanced multiwavelet theory and design [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(4): 1119- 1124.
- [12] D L Donoho. De2noising by soft2thresholding [J]. IEEE Trans on Information theory, 1995, 41(3): 613- 627.
- [13] Q T Jiang. On the design of multifilter banks and orthogonal multiwavelet bases [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(12): 3292- 3303.
- [14] 王玲, 宋国乡. 多小波的预处理及其在图像压缩中的应用 [J]. 电子学报, 2001, 29(10): 1418- 1420.

- [15] 谢荣生, 孙枫, 郝燕玲. 多小波变换及其在信号处理中的应用 [J]. 电子学报, 2002, 30(3): 419- 421.

作者简介:



刘志刚 男, 1975年11月生于河南巩义, 西南交通大学电气化自动化研究所博士, 研究方向: 小波网络、多小波及其在信号处理中的应用与智能监控系统, 在国内外发表学术论文 20 余篇, 目前有 6 篇被国际三大索引检索. Email: zh2gang_liu457@sohu.com.



黄慧汇 男, 1975年11月生于四川富顺, 西南交通大学电气化自动化研究所博士研究生, 研究方向: 工业监控与智能信息处理.

电子学报

2004 年第 6 期 Acta Electronica Sinica No. 6 2004

(总期 247 期) (Monthly) (Series No. 247)

主管单位	中国科学技术协会	China Association for Science and Technology
主办单位	中国电子学会	Published by the Chinese Institute of Electronics, Beijing
协办单位	南京才华科技有限公司	Nanjing Caihua Technology Co., Ltd.
编辑	5 电子学报 6 编辑委员会	Edited by Editorial Board of Acta Electronica Sinica
主 编	王 守 觉	Chief Editor: WANG Shou2jue
总 编 辑	刘 力	Director: LIU Li
通 信 处	北 京 1 6 5 信 箱 (邮 政 编 码 100036)	Add: Editorial Office of Acta Electronica Sinica (POBox 165, Beijing 100036, China)
电 话	(010)68279116, 68285082	Tel: 86210268279116, 68285082
传 真	(010)68173796	Fax: 86210268173796

Home page: <http://www.elecjournal.org>; <http://dzxu.chinajournal.net.cn>

Email: cje@elecjournal.org; dzxu@chinajournal.net.cn

排版印刷	北京育兴达印刷厂	Printed by Yuxingda, Beijing, China
国内总发行	北京市报刊发行局	Distributed by Domestic: Beijing Baokan Faxingtu, China Foreign: China International Book Trading Corporation (Subscription Office)) All Local Post Offices in China
国外总发行	中国国际图书贸易总公司	
国内订购处	全国各邮电局	

国际标准刊号: ISSN 0372- 2112 国内统一刊号: CN11- 2087/TN 邮发代号(国内/ 国外): 2- 891/M436 国内定价: 6 201 00

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>